

Lineare Algebra und Analysis – Hausaufgabe

Ausgabe: 25.09.2023 08:00 Uhr MESZ

Abgabe: 02.10.2023 08:00 Uhr MESZ

Ausgabe- und Abgabeverzeichnis:

/home/hlipskoch/Abgaben/2023-MA-2/fragiessel/

**Hochschule
Bremerhaven**

Moin Franjo Giessel,

dies ist Ihre ganz persönliche Hausaufgabe. Neben dem Aufgabentext liegen die Prüfungshinweise, die Sie beachten müssen. Mit Ihrer Unterschrift unter Ihrer Abgabe bestätigen Sie, die Prüfungshinweise gelesen und beachtet zu haben. Insbesondere müssen Sie den Text zu den verwendeten Hilfsmitteln auf Ihre Abgabe schreiben.

Denken Sie unbedingt daran, zu unterschreiben und den Text aus den Prüfungshinweisen dazuzuschreiben, am Ende alles einzuscannen und als ein einziges PDF abzugeben, sonst wird Ihre Abgabe nicht gewertet. Für die Abgabe kopieren Sie das PDF in das Abgabeverzeichnis. Sie dürfen den Namen für die PDF-Datei frei wählen.

Es folgen Ihre persönlichen Aufgaben. Lesen Sie zunächst bitte alle Aufgaben einmal durch, bevor Sie mit der Bearbeitung beginnen.

Aufgabe 1:

Die Firma Be-Ha-Vau-Pack benötigt für Verpackungen Karton mit einem bestimmten Papiergewicht. Sie arbeiten in einer Kartonfabrik und sollen den Karton herstellen. Dafür haben Sie Rohpapiermasse in zwei Klassen zur Verfügung. Die eine Sorte heißt Golf-Double-Density und ein Quadratmeter davon wiegt 500 g. Die andere Sorte heißt Schejem-Ultra-Light-Extra und ein Quadratmeter davon wiegt 10 g.

Mischen Sie die Papiermassen mit den unterschiedlichen Papiergewichten, so dass die richtige Menge mit dem richtigen Papiergewicht entsteht. Gehen Sie davon aus, dass Sie genug der Masse Golf-Double-Density mit hohem Papiergewicht und genug der Masse Schejem-Ultra-Light-Extra mit geringem Papiergewicht haben.

Sie sollen durch richtiges Mischen ein Papiergewicht von 359 g pro Quadratmeter für eine Fläche von 3 m^2 erzeugen.

Geben Sie das Ergebnis als Mischanweisung an: „Mische ... Quadratmeter Golf-Double-Density mit ... Quadratmeter Schejem-Ultra-Light-Extra und erhalte ... Quadratmeter mit einem Papiergewicht von ... g pro Quadratmeter“.

Lösen Sie das Problem durch geeignete Modellierung mit dem Gauß-Jordan-Verfahren in der Schreibweise aus der Vorlesung und stellen Sie Ihren Lösungsweg ausführlich dar (Ergebnisse alleine reichen nicht aus).

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie für die Matrix R , eine Matrix $I \neq 0$ (Nullmatrix ist nicht zulässig) und eine Diagonalmatrix Q , so dass gilt

$$IQ = RI.$$

Mit

$$R = \begin{pmatrix} 47 & 41 \\ -19 & 7 \end{pmatrix}.$$

Stellen Sie Ihren Lösungsweg nachvollziehbar und ausführlich dar (Ergebnisse alleine reichen nicht aus). Verwenden Sie die Schreibweisen aus der Vorlesung oder aus dem Teschl, Band 2. Geben Sie jeweils die Sätze und Definitionen aus Vorlesung oder aus Teschl, Band 2, an den Stellen an, an denen Sie sie verwendet haben und erläutern Sie Ihren Lösungsweg.

Verifizieren Sie Ihr Ergebnis mit einer Probe.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie das folgende lineare Gleichungssystem.

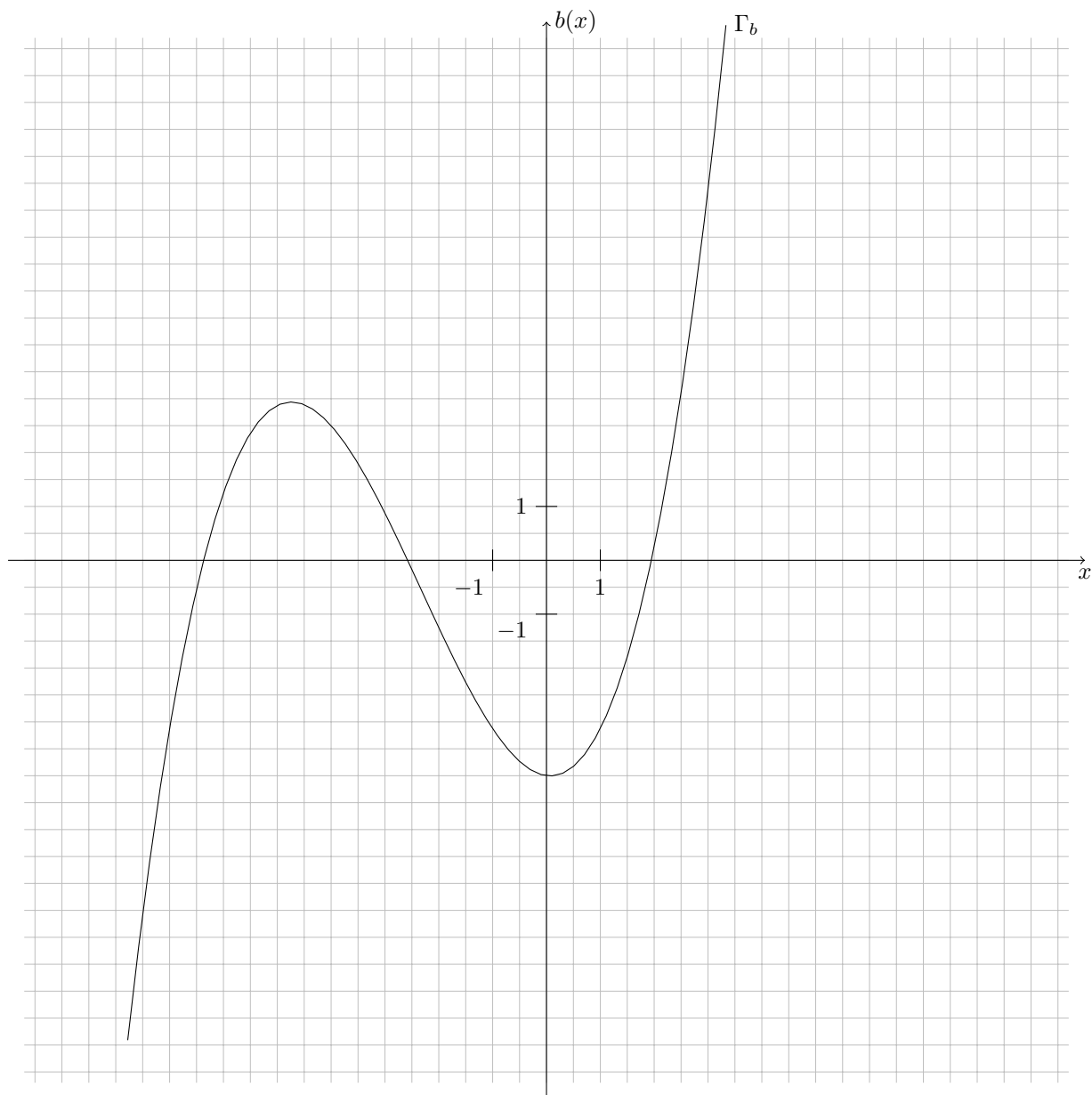
$$\begin{aligned} +4x_1 + 11x_2 + 9x_3 &= +10 \\ +\delta x_1 - \beta x_2 + 11x_3 &= +8 \\ +9x_1 + 11x_2 + 2x_3 &= +6 \end{aligned}$$

- Bestimmen Sie mit allen Ihnen aus der Vorlesung bekannten Verfahren (es müssen wenigstens drei Verfahren sein), für welche δ, β es genau eine Lösung des linearen Gleichungssystems gibt. Führen Sie, wo passend, eine Probe durch.
- Für welche δ, β ist das LGS eindeutig lösbar und die Matrix negativ definit?

Stellen Sie Ihren Lösungsweg nachvollziehbar und ausführlich dar (Ergebnisse alleine reichen nicht aus). Verwenden Sie die Schreibweisen aus der Vorlesung oder aus dem Teschl, Band 2. Geben Sie jeweils die Sätze und Definitionen aus Vorlesung oder aus Teschl, Band 2, an den Stellen an, an denen Sie sie verwendet haben und erläutern Sie Ihren Lösungsweg.

Aufgabe 4:

Lesen Sie aus dem folgenden Diagramm vier Stützpunkte ab und erzeugen Sie daraus ein Polynom mit dem Lagrange-Verfahren.



- Führen Sie eine Probe durch, ob Ihr Polynom die Stützstellen richtig trifft.

2. Definieren Sie mit dem Polynom eine Polynomfunktion, mit Definitions- und Wertebereich, und nennen Sie die Funktion d .
3. Führen Sie eine Kurvendiskussion zu d durch. Bestimmen Sie
 - alle Nullstellen von d
(Bonus, wenn Sie dies komplett von Hand hinbekommen);
 - alle Ableitungen von d und deren Nullstellen;
 - Extremwerte, Wendepunkte, Sattelpunkte;
 - wo d konvex ist, konkav ist.
4. Zeichnen Sie den Graphen Γ_d :
 - markieren Sie Ihre Stützstellen;
 - markieren Sie Extremwerte mit Wertangabe, Wendepunkte, Sattelpunkte;
 - markieren Sie die Regionen, wo d konkav bzw. konvex ist.

Stellen Sie Ihren Lösungsweg nachvollziehbar und ausführlich dar (Ergebnisse alleine reichen nicht aus). Verwenden Sie die Schreibweisen aus der Vorlesung oder aus dem Teschl, Band 2. Geben Sie jeweils die Sätze und Definitionen aus Vorlesung oder aus Teschl, Band 2, an den Stellen an, an denen Sie sie verwendet haben und erläutern Sie Ihren Lösungsweg.

Aufgabe 5:

Bestimmen Sie, wo folgende Funktion stetig ist. Leiten Sie Ihre Aussage mit Hilfe der Definitionen, Sätze und Folgerungen aus der Vorlesung her.

$$g : D \rightarrow W, \quad x \mapsto g(x) = \frac{5 \cdot \exp(x^{0.5}) \cdot 8 \cdot \exp(x - \frac{1}{4})}{7 \cdot \ln(x^3 + \frac{1}{4})} + 3 \cdot \cos(x^2 - \frac{1}{4}).$$

Dabei sei $D \subseteq \mathbb{R}$.

Hinweise:

- zerlegen Sie die Funktion in einzelne, kleine Funktionen und bauen Sie daraus die Funktion auf,
- ermitteln Sie daraus den Definitionsbereich der Funktion und
- auch den Wertebereich der Funktion;
- schauen Sie in die Musterlösungen für weitere Hilfe.

Stellen Sie Ihren Lösungsweg nachvollziehbar und ausführlich dar (Ergebnisse alleine reichen nicht aus). Verwenden Sie die Schreibweisen aus der Vorlesung oder aus dem Teschl, Band 2. Geben Sie jeweils die Sätze und Definitionen aus Vorlesung oder aus Teschl, Band 2, an den Stellen an, an denen Sie sie verwendet haben und erläutern Sie Ihren Lösungsweg.

Aufgabe 6:

Bestimmen Sie, wo folgende Funktion differenzierbar ist und bilden Sie danach die Ableitung. Leiten Sie Ihre Aussagen mit Hilfe der Definitionen, Sätze und Folgerungen aus der Vorlesung her (die Ableitungsregeln, die wir kennen gelernt haben, stammen aus einigen Sätzen aus der Vorlesung).

$$s : D \rightarrow W, \quad x \mapsto s(x) = 2 \cdot \cos(3 \cdot \sin(x^{-3}) - 3) - 2 \cdot \cos(x^{-2} - 3) - 2 \cdot \ln(x^{-2} + 3).$$

Dabei sei $D \subseteq \mathbb{R}$.

Hinweise:

- zerlegen Sie die Funktion in einzelne, kleine Funktionen und bauen Sie daraus die Funktion auf,
- ermitteln Sie daraus den Definitionsbereich der Funktion und
- auch den Wertebereich der Funktion;
- schauen Sie in die Musterlösungen für weitere Hilfe.

Stellen Sie Ihren Lösungsweg nachvollziehbar und ausführlich dar (Ergebnisse alleine reichen nicht aus). Verwenden Sie die Schreibweisen aus der Vorlesung oder aus dem Teschl, Band 2. Geben Sie jeweils die Sätze und Definitionen aus Vorlesung oder aus Teschl, Band 2, an den Stellen an, an denen Sie sie verwendet haben und erläutern Sie Ihren Lösungsweg.

Aufgabe 7:

Ingenieur:innen des Verkehrsamtes Bremerhaven haben bei Berechnungen die Integrationsformel

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(\sin^2(c) + |\sin(c)|) dc$$

herausbekommen und möchte dessen Wert wissen.

Sie sollen helfen den Wert einzugrenzen.

1. Teilen Sie das Integrationsintervall in acht gleich große Teile;
2. bestimmen Sie die Untersumme über die acht Intervalle;
3. bestimmen Sie die Obersumme über die acht Intervalle;
4. sie müssen in jedem Intervall den kleinsten und den größten Wert von z bestimmen, wenn Sie wissen, dass die Funktion im Integrationsintervall monoton ist, ist das einfach. Als Hilfe gehen Sie davon aus, dass die Funktion im Integral entweder monoton steigt oder fällt; sie müssen bestimmen, welches davon richtig ist.

Legen Sie die Berechnungen nachvollziehbar dar und antworten Sie mit „Liebe Ingenieur:innen des Verkehrsamtes Bremerhaven, der Integrationswert von

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(\sin^2(c) + |\sin(c)|) dc$$

liegt zwischen ...und“

(Sie sollen keine Stammfunktion bestimmen; das wird vermutlich auch nicht funktionieren.)

Stellen Sie Ihren Lösungsweg nachvollziehbar und ausführlich dar (Ergebnisse alleine reichen nicht aus). Verwenden Sie die Schreibweisen aus der Vorlesung oder aus dem Teschl, Band 2. Geben Sie jeweils die Sätze und Definitionen aus Vorlesung oder aus Teschl, Band 2, an den Stellen an, an denen Sie sie verwendet haben und erläutern Sie Ihren Lösungsweg.

Aufgabe 8:

Die Entwicklungsabteilung der Bremerhavener Wasserwerke hat eine Funktion zur Modellierung des Wasserverbrauchs entwickelt. Jetzt möchte sie wissen, ob die Funktion ein Minimum hat.

Führen Sie die nötigen Schritte durch und prüfen Sie auch vor Anwendung, ob Sie die Schritte durchführen dürfen, um einen lückenlosen Nachweis für Ihre Antwort zu erhalten.

Die Funktion ist

$$h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (t_1, t_2, t_3) \mapsto h(t_1, t_2, t_3) = -6t_1t_2 - 7t_1t_3 + 8t_2^2 + 29t_3^2 + 130.$$

Stellen Sie Ihren Lösungsweg nachvollziehbar und ausführlich dar (Ergebnisse alleine reichen nicht aus). Verwenden Sie die Schreibweisen aus der Vorlesung oder aus dem Teschl, Band 2. Geben Sie jeweils die Sätze und Definitionen aus Vorlesung oder aus Teschl, Band 2, an den Stellen an, an denen Sie sie verwendet haben und erläutern Sie Ihren Lösungsweg.